2014학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시

수학 영역(B 형)

짝수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}a & 0\\ 2 & -3\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A+B$의 모든 성분의 합이 6일 때, a의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\tan\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\cos 2\theta$의 값은? [2점]

① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

3. 좌표공간에서 두 점 A$(a, 5, 2)$, B$(-2, 0, 7)$에 대하여 선분 AB를 3:2로 내분하는 점의 좌표가 $(0, b, 5)$이다. $a+b$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_9=3a_3$일 때, a_5의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A^C \cup B^C) = \frac{4}{5}, \quad \mathrm{P}(A \cap B^C) = \frac{1}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(A^C)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{11}{20}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{13}{20}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

6. 좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(5, 5, a)$, $\mathrm{B}(0, 0, 3)$을 지나는 직선과 직선 $x = 4 - y = z - 1$이 서로 수직일 때, a의 값은? [3점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

7. 함수 $f(x) = 2\cos^2 x + k\sin 2x - 1$의 최댓값이 $\sqrt{10}$일 때, 양수 k의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. 좌표평면에서 포물선 $y^2=8x$에 접하는 두 직선 l_1, l_2의 기울기가 각각 m_1, m_2이다. m_1, m_2가 방정식 $2x^2-3x+1=0$의 서로 다른 두 근일 때, l_1과 l_2의 교점의 x좌표는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

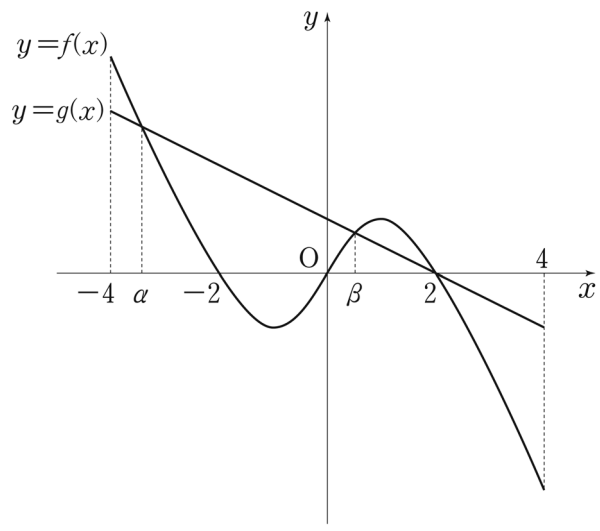
9. 숫자 1, 2, 3, 4에서 중복을 허락하여 5개를 택할 때, 숫자 4가 한 개 이하가 되는 경우의 수는? [3점]

① 33 ② 36 ③ 39 ④ 42 ⑤ 45

10. 그림과 같이 닫힌 구간 $[-4, 4]$에서 정의된 함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=-\frac{1}{2}x+1$의 그래프가 세 점에서 만나고 그 세 점의 x좌표는 α, β, 2이다. 부등식

$$\frac{g(x)}{f(x)} \le 1$$

을 만족시키는 정수 x의 개수는? (단, $-4<\alpha<-3$, $0<\beta<1$) [3점]



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=10$이고

$$(a_{n+1})^n=10(a_n)^{n+1}\ \ (n\geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$n\log a_{n+1}=(n+1)\log a_n+1$$

이다. 양변을 $n(n+1)$로 나누면

$$\frac{\log a_{n+1}}{n+1}=\frac{\log a_n}{n}+\boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n=\dfrac{\log a_n}{n}$이라 하면 $b_1=1$이고

$$b_{n+1}=b_n+\boxed{\text{(가)}}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면

$$b_n=\boxed{\text{(나)}}$$

이므로

$$\log a_n=n\times\boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로 $a_n=10^{n\times\boxed{\text{(나)}}}$이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$과 $g(n)$이라 할 때, $\dfrac{g(10)}{f(4)}$의 값은? [3점]

① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

12. 이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 함수

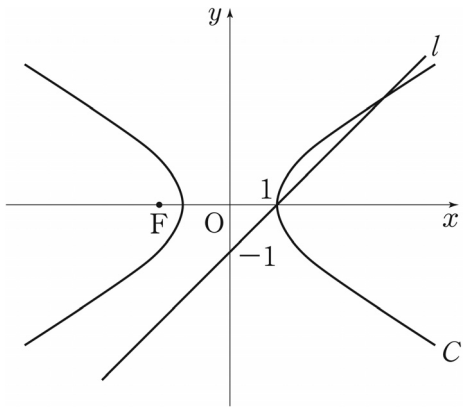
$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\ln(x+1)} & (x\neq 0)\\ 8 & (x=0)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 구간 $(-1,\ \infty)$에서 연속일 때, $f(3)$의 값은? [3점]

① 18 ② 15 ③ 12 ④ 9 ⑤ 6

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

[13~14] 그림과 같이 직선 $l: x-y-1=0$과 한 초점이 점 $\mathrm{F}(c, 0)$(단, $c<0$)인 쌍곡선 $C: x^2-2y^2=1$이 있다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 직선 l과 쌍곡선 C로 둘러싸인 부분을 y축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [3점]

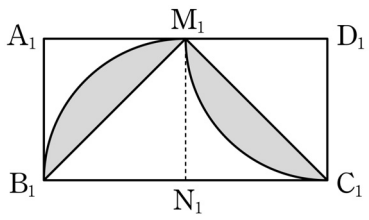
① π ② $\frac{7}{6}\pi$ ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

14. 원점을 중심으로 θ만큼 회전하는 회전변환에 의하여 직선 l은 쌍곡선 C의 초점 F를 지나는 직선으로 옮겨진다. $\sin 2\theta$의 값은? [4점]

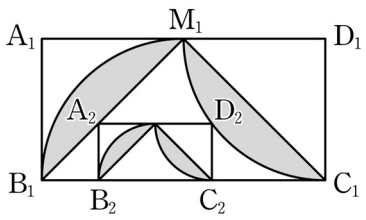
① $-\frac{2}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{4}{9}$ ④ $-\frac{5}{9}$ ⑤ $-\frac{2}{3}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

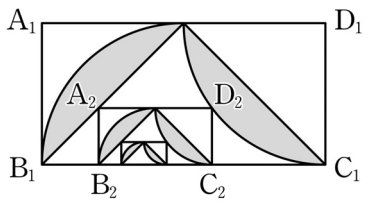
15. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$이다. 그림과 같이 선분 A_1D_1과 선분 B_1C_1의 중점을 각각 M_1, N_1이라 하자.
중심이 N_1, 반지름의 길이가 $\overline{B_1N_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $N_1M_1B_1$을 그리고, 중심이 D_1, 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $D_1M_1C_1$을 그린다.
부채꼴 $N_1M_1B_1$의 호 M_1B_1과 선분 M_1B_1로 둘러싸인 부분과 부채꼴 $D_1M_1C_1$의 호 M_1C_1과 선분 M_1C_1로 둘러싸인 부분인 ◠ 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 M_1B_1 위의 점 A_2, 호 M_1C_1 위의 점 D_2와 변 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=1:2$인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에서 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ◠ 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1



R_2



R_3

…

…

① $\frac{25}{19}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ② $\frac{5}{4}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ③ $\frac{25}{21}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$
④ $\frac{25}{22}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ⑤ $\frac{25}{23}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

16. 닫힌 구간 $[0, a]$에서 정의된 확률변수 X의 확률밀도함수가 연속이다. 확률변수 X가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 k의 값은? [4점]

(가) $0 \le x \le a$인 모든 x에 대하여 $P(0 \le X \le x) = kx^2$이다.
(나) $E(X) = 1$

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

17. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$AB+A^2B=E, \quad (A-E)^2+B^2=O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.) [4점]

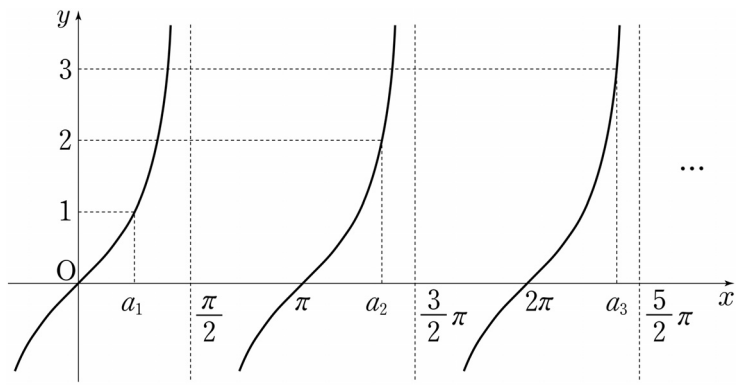
<보 기>

ㄱ. B의 역행렬이 존재한다.
ㄴ. $AB=BA$
ㄷ. $(A^3-A)^2+E=O$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 자연수 n에 대하여 직선 $y=n$과 함수 $y=\tan x$의 그래프가 제1사분면에서 만나는 점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}$의 값은? [4점]

① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$



이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

19. 좌표공간에서 중심의 x좌표, y좌표, z좌표가 모두 양수인 구 S가 x축과 y축에 각각 접하고 z축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 구 S가 xy평면과 만나서 생기는 원의 넓이가 64π이고 z축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8일 때, 구 S의 반지름의 길이는? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

20. 1보다 큰 실수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. $3f(x)+5g(x)$의 값이 10의 배수가 되도록 하는 x의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때 2번째 수를 a, 6번째 수를 b라 하자. $\log ab$의 값은? [4점]

① 16 ② 14 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=\frac{\pi}{2}\int_{1}^{x+1} f(t)\,dt$$

이다. $f(1)=1$일 때,

$$\pi^2\int_{0}^{1} xf(x+1)\,dx$$

의 값은? [4점]

① 2π ② $2\pi-1$ ③ $2(\pi-1)$
④ $2\pi-3$ ⑤ $2(\pi-2)$

단답형

22. 함수 $f(x)=5e^{3x-3}$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오. [3점]

23. 어느 마라톤 대회에 참가한 50명의 동호회 회원 중 마라톤에서 완주한 회원 수와 기권한 회원 수가 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	남성	여성
완주한 회원 수	27	9
기권한 회원 수	8	6

참가한 회원 중에서 임의로 선택한 한 명의 회원이 여성이었을 때, 이 회원이 마라톤에서 완주하였을 확률이 p이다. $100p$의 값을 구하시오. [3점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

24. 무리방정식 $\sqrt{2x^2-6x}=x^2-3x-4$의 모든 실근의 곱을 k라 할 때, k^2의 값을 구하시오. [3점]

25. 단면의 반지름의 길이가 $R(R<1)$인 원기둥 모양의 어느 급수관에 물이 가득 차 흐르고 있다. 이 급수관의 단면의 중심에서의 물의 속력을 v_c, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $x(0<x\le R)$만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력을 v라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\frac{v_c}{v}=1-k\log\frac{x}{R}$$

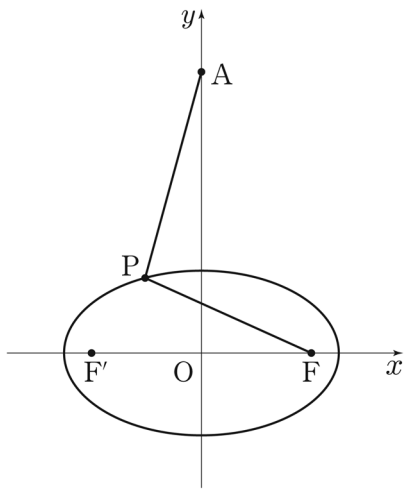
(단, k는 양의 상수이고, 길이의 단위는 m, 속력의 단위는 m/초이다.)

$R<1$인 이 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $R^{\frac{27}{23}}$만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{2}$일 때, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 R^a만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{3}$이다.
$23a$의 값을 구하시오. [3점]

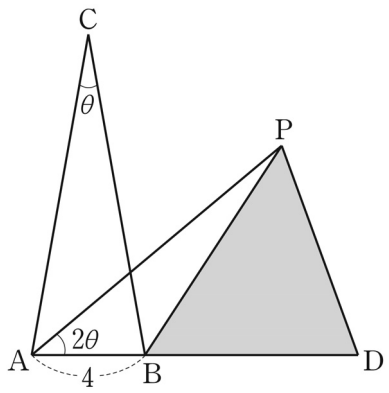
26. 어느 도시의 중앙공원을 이용한 경험이 있는 주민의 비율을 알아보기 위하여 이 도시의 주민 중 n명을 임의추출하여 조사한 결과 80%가 이 중앙공원을 이용한 경험이 있다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 도시 주민 전체의 중앙공원을 이용한 경험이 있는 주민의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[a, b]$이다. $b-a=0.098$일 때, n의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z|\le 1.96)=0.95$로 계산한다.) [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

27. 그림과 같이 y축 위의 점 $A(0, a)$와 두 점 F, F′을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}-\overline{FP}$의 최솟값이 1일 때, a^2의 값을 구하시오. [4점]

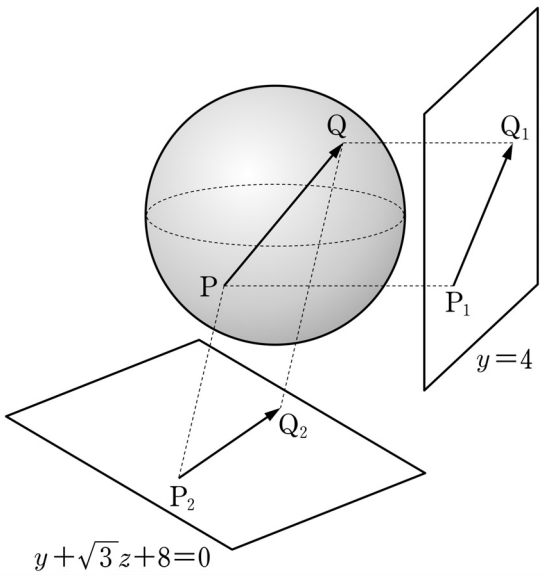


28. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 한 변으로 하고, $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle ACB=\theta$인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 $\overline{AC}=\overline{AD}$인 점 D를 잡고, $\overline{AC}=\overline{AP}$이고 $\angle PAB=2\theta$인 점 P를 잡는다. 삼각형 BDP의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta\to+0}(\theta\times S(\theta))$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{6}$) [4점]



이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

29. 좌표공간에서 구 $x^2+y^2+z^2=4$ 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 두 점 P, Q에서 평면 $y=4$에 내린 수선의 발을 각각 P_1, Q_1이라 하고, 평면 $y+\sqrt{3}z+8=0$에 내린 수선의 발을 각각 P_2, Q_2라 하자. $2|\overrightarrow{PQ}|^2-|\overrightarrow{P_1Q_1}|^2-|\overrightarrow{P_2Q_2}|^2$의 최댓값을 구하시오. [4점]



30. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)e^{-x}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 $(1, g(1))$과 점 $(4, g(4))$는 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.
(나) 점 $(0, k)$에서 곡선 $y=g(x)$에 그은 접선의 개수가 3인 k의 값의 범위는 $-1<k<0$이다.

$g(-2)\times g(4)$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.