2014학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시

수학 영역(A형)

짝수형

5지선다형

1. $8^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

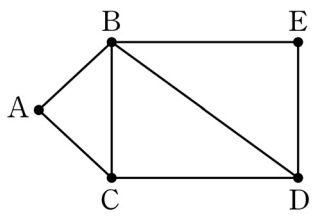
2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A+2B$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 12 ② 11 ③ 10 ④ 9 ⑤ 8

3. $\lim_{n\to\infty} \frac{2\times 3^{n+1}+5}{3^n}$ 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 그래프와 그 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬이 다음과 같을 때, $a+b+c+d+e$의 값은? [3점]



$$\begin{array}{c} \\ \mathrm{A} \\ \mathrm{B} \\ \mathrm{C} \\ \mathrm{D} \\ \mathrm{E} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \mathrm{A} & \mathrm{B} & \mathrm{C} & \mathrm{D} & \mathrm{E} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & a \\ 1 & 0 & 1 & b & 1 \\ 1 & 1 & c & 1 & 0 \\ 0 & d & 1 & 0 & 1 \\ e & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. 함수 $f(x)=2x^2+ax$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=6$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

6. 첫째항이 6이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때,

$$\frac{a_8-a_6}{S_8-S_6}=2$$

가 성립한다. d의 값은? [3점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

7. 두 사건 A, B가 서로 독립이고 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$일 때, $\mathrm{P}(A\cap B^C)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{8}{27}$ ③ $\frac{7}{27}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{27}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. 곡선 $y=x^2-4x+3$과 직선 $y=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{34}{3}$ ② 11 ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{31}{3}$ ⑤ 10

9. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(9, p)$를 따르고 $\{\mathrm{E}(X)\}^2=\mathrm{V}(X)$ 일 때, p의 값은? (단, $0<p<1$) [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{11}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{13}$

10. 단면의 반지름의 길이가 $R(R<1)$인 원기둥 모양의 어느 급수관에 물이 가득 차 흐르고 있다. 이 급수관의 단면의 중심에서의 물의 속력을 v_c, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $x(0<x\le R)$만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력을 v라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\frac{v_c}{v}=1-k\log\frac{x}{R}$$

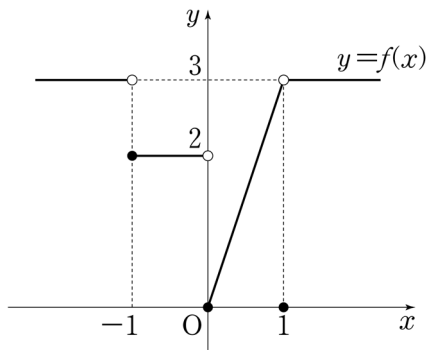
(단, k는 양의 상수이고, 길이의 단위는 m, 속력의 단위는 m/초이다.)

$R<1$인 이 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $R^{\frac{27}{23}}$만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{2}$일 때, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 R^a만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{3}$이다. a의 값은? [3점]

① $\frac{31}{23}$ ② $\frac{33}{23}$ ③ $\frac{35}{23}$ ④ $\frac{37}{23}$ ⑤ $\frac{39}{23}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1-0} f(x)+\lim_{x\to +0} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 어느 약품 회사가 생산하는 약품 1병의 용량은 평균이 m, 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사가 생산한 약품 중에서 임의로 추출한 25병의 용량의 표본평균이 2000 이상일 확률이 0.9772일 때, m의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 용량의 단위는 mL이다.) [3점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 2003 ② 2004 ③ 2005 ④ 2006 ⑤ 2007

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

[13~14] 자연수 n에 대하여 $f(n)$이 다음과 같다.

$$f(n)=\begin{cases}\log_3 n & (n\text{이 홀수})\\ \log_2 n & (n\text{이 짝수})\end{cases}$$

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 수열 $\{a_n\}$이 $a_n=f(6^n)-f(3^n)$일 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$의 값은? [3점]

① $120(\log_2 3-1)$ ② $105\log_3 2$ ③ $105\log_2 3$
④ $120\log_2 3$ ⑤ $120(\log_3 2+1)$

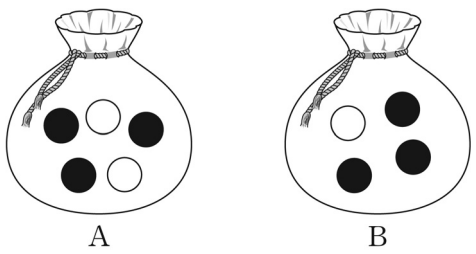
14. 20 이하의 두 자연수 m, n에 대하여 $f(mn)=f(m)+f(n)$을 만족시키는 순서쌍 (m, n)의 개수는? [4점]

① 220 ② 230 ③ 240 ④ 250 ⑤ 260

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. 주머니 A에는 흰 공 2개와 검은 공 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 1개와 검은 공 3개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 흰 공이면 흰 공 2개를 주머니 B에 넣고 검은 공이면 검은 공 2개를 주머니 B에 넣은 후, 주머니 B에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때 꺼낸 공이 흰 공일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{7}{30}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{3}{10}$



16. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=10$이고

$$(a_{n+1})^n = 10(a_n)^{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$n\log a_{n+1} = (n+1)\log a_n + 1$$

이다. 양변을 $n(n+1)$로 나누면

$$\frac{\log a_{n+1}}{n+1} = \frac{\log a_n}{n} + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = \frac{\log a_n}{n}$이라 하면 $b_1=1$이고

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

이므로

$$\log a_n = n \times \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로 $a_n = 10^{n \times \boxed{\text{(나)}}}$이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$과 $g(n)$이라 할 때, $\frac{g(10)}{f(4)}$의 값은? [4점]

① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

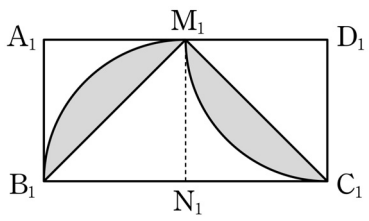
이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

17. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$이다. 그림과 같이 선분 A_1D_1과 선분 B_1C_1의 중점을 각각 M_1, N_1이라 하자.

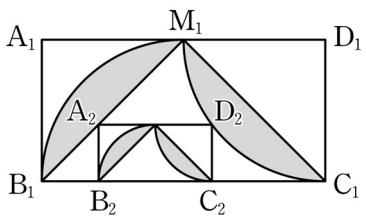
중심이 N_1, 반지름의 길이가 $\overline{B_1N_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $N_1M_1B_1$을 그리고, 중심이 D_1, 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $D_1M_1C_1$을 그린다. 부채꼴 $N_1M_1B_1$의 호 M_1B_1과 선분 M_1B_1로 둘러싸인 부분과 부채꼴 $D_1M_1C_1$의 호 M_1C_1과 선분 M_1C_1로 둘러싸인 부분인 ◠ 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에 선분 M_1B_1 위의 점 A_2, 호 M_1C_1 위의 점 D_2와 변 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=1:2$인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에서 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ◠ 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

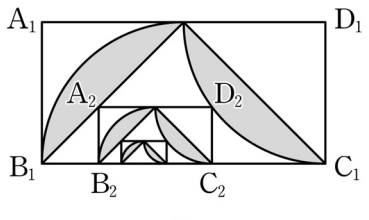
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1



R_2



R_3

…

…

① $\frac{25}{19}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ② $\frac{5}{4}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ③ $\frac{25}{21}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

④ $\frac{25}{22}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ⑤ $\frac{25}{23}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

18. 흰색 탁구공 8개와 주황색 탁구공 7개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 흰색 탁구공과 주황색 탁구공을 각각 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수는? [4점]

① 295 ② 300 ③ 305 ④ 310 ⑤ 315

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

19. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$AB+A^2B=E, \quad (A-E)^2+B^2=O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. B의 역행렬이 존재한다.
ㄴ. $AB=BA$
ㄷ. $(A^3-A)^2+E=O$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 양의 실수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 자연수 n에 대하여 $f(x)-(n+1)g(x)=n$을 만족시키는 모든 x의 값의 곱을 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{\log a_n}{n^2}$의 값은? [4점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 점 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$ (나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

단답형

22. $\lim_{x\to 0}\sqrt{2x+9}$의 값을 구하시오. [3점]

23. 실수 a에 대하여 $\int_{-a}^{a}(3x^2+2x)dx=\frac{1}{4}$일 때, $50a$의 값을 구하시오. [3점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

24. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = a_2 + 3$
(나) $a_{n+1} = -2a_n \ (n \geq 1)$

a_9의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + ax - 4$가 $x = 1$에서 극댓값 M을 가질 때, $a + M$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

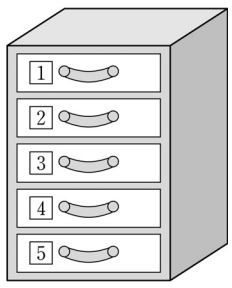
26. x, y에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 5 & a \\ a & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+5y \\ 6x+y \end{pmatrix}$$

가 $x = 0$, $y = 0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

27. 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 서랍이 있다. 5개의 서랍 중 영희에게 임의로 2개를 배정해 주려고 한다. 영희에게 배정되는 서랍에 적혀 있는 자연수 중 작은 수를 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{E}(10X)$의 값을 구하시오. [4점]



28. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x \le 0) \\ -\dfrac{1}{2}x+7 & (x>0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

29. 함수 $f(x)=3x^2-ax$가

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{3k}{n}\right)=f(1)$$

을 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 $a>1$인 자연수 a에 대하여 두 곡선 $y=4^x$, $y=a^{-x+4}$과 직선 $y=1$로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a의 개수를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.