

제 2 교시

수리 영역(나형)

출수형

5지선다형

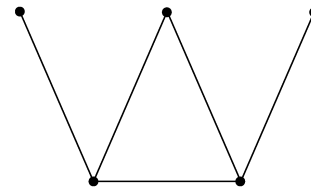
1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

2. $\log_2 40 - \log_2 5$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2+1}{3n^2-1}$ 의 값은? [2점]

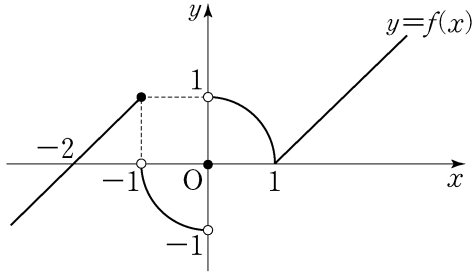
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_1 a_2}{a_3} = 2, \quad \frac{2a_2}{a_1} + \frac{a_4}{a_2} = 8$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

7. 화재가 발생한 화재실의 온도는 시간에 따라 변한다.

어떤 화재실의 초기 온도를 T_0 (°C), 화재가 발생한 지 t 분 후의 온도를 T (°C)라고 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$T = T_0 + k \log(8t+1) \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

초기 온도가 20°C인 이 화재실에서 화재가 발생한 지

$\frac{9}{8}$ 분 후의 온도는 365°C이었고, 화재가 발생한 지 a 분 후의 온도는 710°C이었다. a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{99}{8}$ ② $\frac{109}{8}$ ③ $\frac{119}{8}$ ④ $\frac{129}{8}$ ⑤ $\frac{139}{8}$

8. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}, \quad P(B^c | A) = 2P(B | A)$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

9. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a+1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

의 해가 방정식 $x + 2y - 4a = 0$ 을 만족시킨다. 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따른다. 확률변수

$2X - 5$ 의 평균과 표준편차가 각각 175와 12일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 130 ② 135 ③ 140 ④ 145 ⑤ 150

11. 함수 $f(x) = x+1$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 dx = k \left(\int_{-1}^1 f(x) dx \right)^2$$

일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

12. 같은 종류의 주스 4병, 같은 종류의 생수 2병, 우유 1병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?
(단, 1병도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.) [3점]

- ① 330 ② 315 ③ 300 ④ 285 ⑤ 270

13. 어느 학교 전체 학생의 시험 점수는 평균이 500점, 표준편차가 25점인 정규분포를 따른다고 한다.

이 학교 학생 중 임의로 1명을 선택할 때, 이 학생의 시험 점수가 475점 이상이고 550점 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

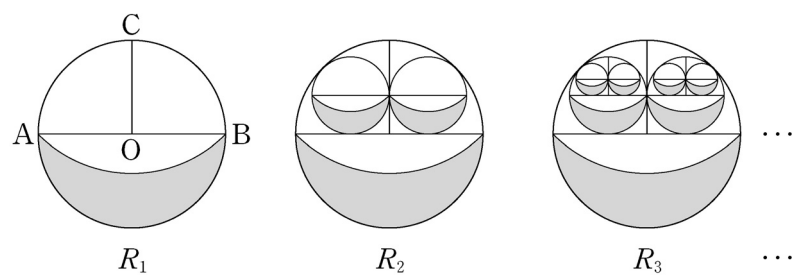
- ① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.9104
 ④ 0.9270 ⑤ 0.9710

14. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. 원 O의 중심을 지나고 선분 AB와 수직인 직선이 원과 만나는 2개의 점 중 한 점을 C라 하자. 점 C를 중심으로 하고 점 A와 점 B를 지나는 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 \cap 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 색칠된 부분을 포함하지 않은 원 O의 반원을 이등분한 2개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 2개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \cap 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 새로 생긴 2개의 원의 색칠된 부분을 포함하지 않은 반원을 각각 이등분한 4개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 4개의 원 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \cap 모양의 4개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5+2\sqrt{2}}{7}$ ② $\frac{5+3\sqrt{2}}{7}$ ③ $\frac{5+4\sqrt{2}}{7}$
 ④ $\frac{5+5\sqrt{2}}{7}$ ⑤ $\frac{5+6\sqrt{2}}{7}$

15. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + 3$ 의 그래프 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 2x + b$ 이다. $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$2A^2 + AB = E, \quad AB + BA = 2A + E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1} = 2A + B$

ㄴ. $B = 2A + 2E$

ㄷ. $(B - E)^2 = O$ (단, O 는 영행렬이다.)

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=4$ 이고,

$$a_{n+1} = n \cdot 2^n + \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$a_n = (n-1) \cdot 2^{n-1} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{a_k}{k} \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = \boxed{\text{(가)}} + \frac{a_n}{n}$$

이므로

$$a_{n+1} = \frac{(n+1)a_n}{n} + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = \frac{a_n}{n}$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \frac{\boxed{\text{(가)}}}{n+1} \quad (n \geq 2)$$

이고, $b_2=3$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \begin{cases} 4 & (n=1) \\ n \times \boxed{\text{(나)}} & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(4)+g(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 90 ② 95 ③ 100 ④ 105 ⑤ 110

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax & (x < 1) \\ bx^2 + x + 1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

19. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(na_n - \frac{n^2+1}{2n+1} \right) = 3$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + 2a_n + 2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{4}$ ② 3 ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

20. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -1 & (|x| \geq 1) \\ 1 & (|x| < 1) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ -x & (|x| < 1) \end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = -1$

ㄴ. 함수 $g(x+1)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)g(x+1)$ 은 $x=-1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 a 의 최솟값은?

[4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+3)}{x-2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 16, \quad a_5 = 10$$

일 때, $a_k = 0$ 을 만족시키는 k 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = x^3 + 9x + 2$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. $2 \leq n \leq 100$ 인 자연수 n 에 대하여 $(\sqrt[3]{3^5})^{\frac{1}{2}}$ 이 어떤 자연수의 n 제곱근이 되도록 하는 n 의 개수를 구하시오. [4점]

25. 어느 회사에서 생산된 모니터의 수명은 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 모니터 중 임의추출한 100대의 수명의 표본평균이 \bar{x} , 표본표준편차가 500이었다. 이 결과를 이용하여 이 회사에서 생산된 모니터의 수명의 평균을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간이 $[\bar{x} - c, \bar{x} + c]$ 이다. c 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이다.) [3점]

27. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 세 점 P_1, P_2, P_3 의 좌표는 각각 $(-1, 0), (1, 0), (-1, 2)$ 이다.
 (나) 선분 $P_n P_{n+1}$ 의 중점과 선분 $P_{n+2} P_{n+3}$ 의 중점은 같다.

예를 들어, 점 P_4 의 좌표는 $(1, -2)$ 이다. 점 P_{25} 의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 $f(3)=0$ 이고,

$$\int_0^{2013} f(x)dx = \int_3^{2013} f(x)dx$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 S 일 때, $30S$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 다음 좌석표에서 2행 2열 좌석을 제외한 8개의 좌석에 여학생 4명과 남학생 4명을 1명씩 임의로 배정할 때, 적어도 2명의 남학생이 서로 이웃하게 배정될 확률은 p 이다. $70p$ 의 값을 구하시오. (단, 2명이 같은 행의 바로 옆이나 같은 열의 바로 앞뒤에 있을 때 이웃한 것으로 본다.) [4점]

	1열	2열	3열
1행			
2행		X	
3행			

30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\{(x, y) \mid 2^x - n \leq y \leq \log_2(x+n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n 이라 하자.

- (가) x 좌표와 y 좌표는 서로 같다.
- (나) x 좌표와 y 좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1=2, a_2=4$ 이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.